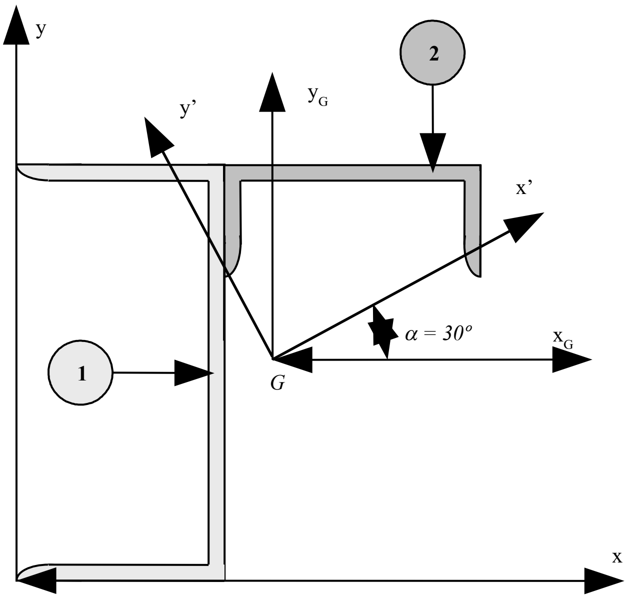
Ejercicio Nº4 - Enunciado

Dados los perfiles compuestos indicados,



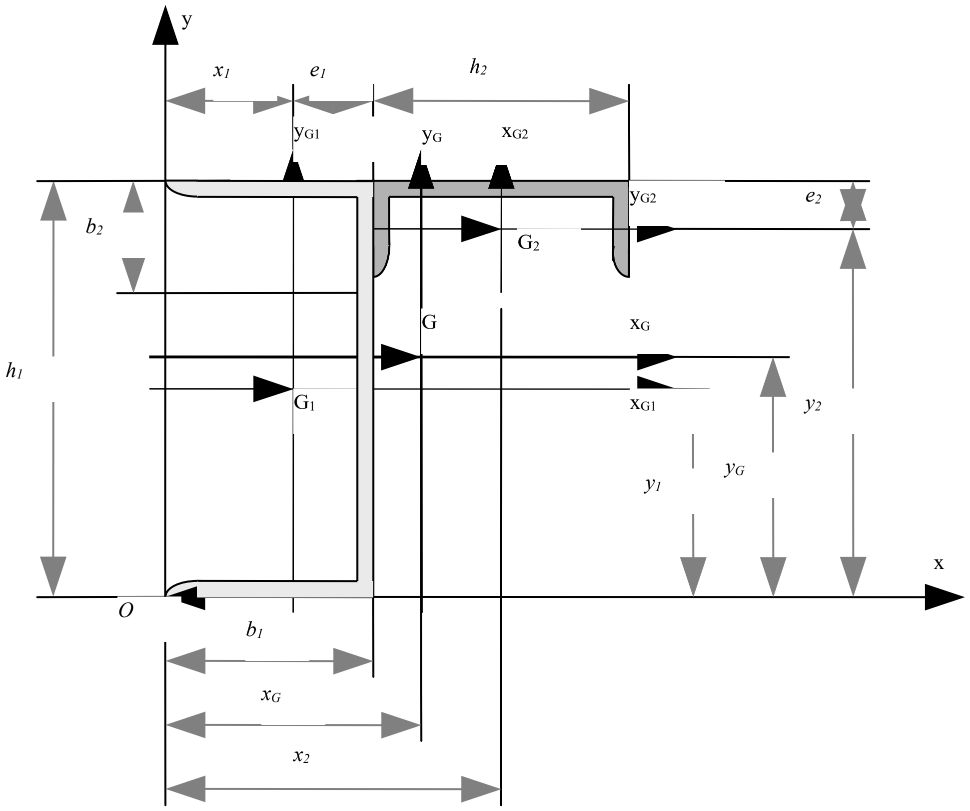
1 PNC Nº24

2 PNC Nº10

Se solicita determinar:

1. El baricentro de la figura
2. Los momentos de segundo orden, respecto de los ejes baricéntricos (J_{xG}, J_{yG}, J_{xGyG})
3. Calcular la posición (α_O) de los ejes principales de inercia y sus respectivos momentos (J_I y J_{II})

Ejercicio Nº 4 – Resolución



Características del perfil PNC Nº24

$$J_{xG_1} = 3598 \cdot cm^4 \quad J_{xG_1} = 248 \cdot cm^4$$
$$F_1 = 42,3 \cdot cm^4 \quad e_1 = 2,23 \cdot cm \quad h_1 = 24 \cdot cm \quad b_1 = 8,5 \cdot cm$$

Características del perfil PNC Nº10

$$J_{xG_2} = 206 \cdot cm^4 \quad J_{xG_2} = 29,3 \cdot cm^4$$
$$F_2 = 13,5 \cdot cm^4 \quad e_2 = 1,55 \cdot cm \quad h_2 = 10 \cdot cm \quad b_2 = 5 \cdot cm$$

Con estos datos se calculan las magnitudes geométricas mostradas en la figura:

$$x_1 = b_1 - e_1 = 8,5 - 2,23 = 6,27 \cdot cm$$
$$x_2 = b_1 + \frac{h_2}{2} = 8,5 + \frac{10}{2} = 13,5 \cdot cm$$
$$y_1 = \frac{h_1}{2} = \frac{24}{2} = 12 \cdot cm$$
$$y_2 = h_1 - e_2 = 24 - 1,55 = 22,45 \cdot cm$$

1. Cálculo del baricentro

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{2} F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{2} F_i} = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2}{F_1 + F_2} = \frac{42,3 \cdot 6,27 + 13,5 \cdot 13,5}{42,3 + 13,5}$$

$$\boldsymbol{x_G = 8,02 \cdot cm}$$

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^{2} F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{2} F_i} = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_1 + F_2} = \frac{42,3 \cdot 12 + 13,5 \cdot 22,45}{42,3 + 13,5}$$

$$\boldsymbol{y_G = 14,53 \cdot cm}$$

2. Determinación de los momentos de segundo orden, respecto de los ejes baricéntricos (*J_{xG}*, *J_{yG}*, *J_{xGyG}*)

Cálculo de *J_{xG}*

$$J_{xG} = J_{xG}^{(1)} + J_{xG}^{(2)}$$

$$J_{xG}^{(1)} = J_{xG_1} + F_1 \cdot \left(y_G - y_1\right)^2 = 3598 + 42,3 \cdot \left(14,53 - 12,00\right)^2 = 3868,8 \cdot cm^2$$

$$J_{xG}^{(2)} = J_{xG_2} + F_2 \cdot \left(y_2 - y_G\right)^2 = 29,3 + 13,5 \cdot \left(22,45 - 14,53\right)^2 = 876,1 \cdot cm^2$$

$$J_{xG} = J_{xG}^{(1)} + J_{xG}^{(2)} = 3868,8 + 876,1$$

$$\boldsymbol{J_{xG} = 4744,9 \cdot cm^4}$$

Cálculo de *J_{yG}*

$$J_{yG} = J_{yG}^{(1)} + J_{yG}^{(2)}$$

$$J_{yG}^{(1)} = J_{yG_1} + F_1 \cdot \left(x_G - x_1\right)^2 = 248 + 42,3 \cdot \left(8,02 - 6,27\right)^2 = 377,54 \cdot cm^4$$

$$J_{yG}^{(2)} = J_{yG_2} + F_2 \cdot \left(x_2 - x_G\right)^2 = 206 + 13,5 \cdot \left(13,5 - 8,02\right)^2 = 611,41 \cdot cm^4$$

$$J_{yG} = J_{yG}^{(1)} + J_{yG}^{(2)} = 377,54 + 611,41$$

$$\boldsymbol{J_{yG} = 988,9 \cdot cm^4}$$

Cálculo de *J_{xGyG}*

$$J_{xGyG} = J_{xGyG}^{(1)} + J_{xGyG}^{(2)}$$

$$J_{xGyG}^{(1)} = J_{xGyG_1} + F_1 \cdot \left(x_1 - x_G\right) \cdot \left(y_1 - y_G\right) = 0 + 42,3 \cdot \left(6,27 - 8,02\right) \cdot \left(12,00 - 14,53\right) = 187,3 \cdot cm^4$$

$$J_{xGyG}^{(2)} = J_{xGyG_2} + F_2 \cdot \left(x_2 - x_G\right) \cdot \left(y_2 - y_G\right) = 0 + 13,5 \cdot \left(13,50 - 8,02\right) \cdot \left(22,45 - 14,53\right) = 588,9 \cdot cm^4$$

$$J_{xGyG} = J_{xGyG}^{(1)} + J_{xGyG}^{(2)} = 187,3 + 588,9$$

$$\boldsymbol{J_{xGyG} = 773,2 \cdot cm^4}$$

$$J_{xG} + J_{yG} = 4744,9 + 988,9 = 5733,8 \cdot cm^4$$

3. Determinación de la posición (α_O) de los ejes principales de inercia y sus respectivos momentos (J_I y J_{II}).

Cálculo de los ejes principales de inercia

$$\tan\left(2\cdot\alpha_O\right)=\frac{2\cdot J_{xGyG}}{J_{yG}-J_{xG}}$$

$$\alpha_O=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\cdot J_{xGyG}}{J_{yG}-J_{xG}}\right)=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2\cdot 773,2}{988,9-4744,9}\right)$$

$$\boldsymbol{\alpha_O=-11^{o}\quad 11'}$$

Cálculo de J_I y J_{II}

$$J_{I,II}=\frac{J_{xG}+J_{yG}}{2}\pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\left(J_{xG}-J_{yG}\right)^2+4\cdot J_{xGyG}{}^2}$$

$$J_{I,II}=\frac{4744,9+988,9}{2}\pm\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\left(4744,9-988,9\right)^2+4\cdot 773,2^2}$$

$$J_{I,II}=2866,9\pm 2030,9$$

$$\boldsymbol{J_I=4897,8\cdot cm^4}$$

$$\boldsymbol{J_{II}=836,0\cdot cm^4}$$

Se verifica que

$$J_I+J_{II}=4897,8+836,0=5733,8\cdot cm^4$$

$$J_{xG}+J_{yG}=4744,9+988,9=5733,8\cdot cm^4$$

$$J_I+J_{II}=J_{xG}+J_{yG}$$